

УДК 528.21, 528.241

**ПРИМЕР ОЦЕНКИ ТОЧНОСТИ МОДЕЛИ EGM 2008 ПО АСТРОНОМО-ГЕОДЕЗИЧЕСКИМ ДАННЫМ**

AN EXAMPLE OF ESTIMATING THE ACCURACY OF THE MODEL EGM 2008 TO ASTRONOMICAL AND GEODETIC DATA

**Баранов В.Н. / Baranov V.N.**

Доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой геодезии и геоинформатики Государственного университета по землеустройству / Doctor of Tech. Sci., head of the chair "Geodesy and geoinformatic", The State University Use Land Planning

тел. 8-499-2610998

e-mail: [geo.guz@mail.ru](mailto:geo.guz@mail.ru)**Королевич В.В. / Korolevich V.V.**

Аспирант кафедры геодезии и геоинформатики Государственного университета по землеустройству / Postgraduate student of the chair "Geodesy and geoinformatic", The State University Use Land Planning

e-mail: [ya.korolevich2011@yandex.ru](mailto:ya.korolevich2011@yandex.ru)

**Аннотация.** В работе проводится общая оценка точности составляющих уклонения отвеса на территории европейской части России, полученных по модели EGM2008. Для этого мы воспользовались существующими картами уклонения отвеса, полученными по астрономическим наблюдениям с привлечением гравиметрических данных, точностью 0,7-0,8". По результатам сравнения точность для разных областей получилась разной. В работе сделана попытка оценить зависимость точности полученных уклонений отвеса от степени аномальности гравитационного поля территории.

**Ключевые слова:** уклонение отвеса, точность, гравитационное поле, ковариация, расстояние корреляции.

**Abstract.** In this article considers the estimate accuracy deflection of the plumb-line of the European part of Russia, obtained with the model EGM2008. We used existing maps deflection of the plumb-line obtained by astronomical observations with the assistance of gravity data for this purpose. Accuracy comparing the results for different areas get different. In this paper we attempt to estimate the dependence of the accuracy deflection of the plumb-line extent of the anomalous gravitational field.

**Keywords:** deflection of the plumb-line, the accuracy, the gravitational field, covairance, correlation distance.

В настоящее время при проведении геодезических работ, если их точность характеризуется относительной погрешностью  $10^{-6}$ , необходимо учитывать аномальность поля силы тяжести [1]. Данные об аномальности поля силы тяжести можно получить из гравитационных моделей. Первые отечественные модели, появившиеся еще в 1930-е годы, содержали гармоники до 6-8-й степени [2]. В течение 2006-2008 годов в ЦНИИ-ГАиК совместно с 29 НИИ МО подготовлена модель гравитационного поля Земли ГАО-2008, по уровню детальности соответствующая разложению в ряд по сферическим функциям до 360-ой степени. В качестве исходных данных при выводе этой модели использовались наземные и морские гравиметрические измерения, альтиметрические данные и спутниковые орбитальные данные международных космических проектов GRACE и CHAMP. В этой модели в отличие от модели ГАО-98 используются данные межспутниковых измерений и уточненная система погрешностей по трапециям  $30' \times 30'$  [3].

Из зарубежных аналогов в свободном доступе на сайте Национального агентства геопространственной разведки США (NGA) [4] находится наиболее точная на сегодняшний день гравитационная модель Земли

EGM 2008 степени и порядка 2159, которая содержит дополнительные сферические гармонические коэффициенты до степени 2190. Это свидетельствует о том, что данная модель может учитывать достаточно высокий уровень аномальности гравитационного поля. Любая модель учитывает ограниченную степень и порядок гармонических коэффициентов, отсюда следует, что более высокий уровень аномальности гравитационного поля будет отображаться с большей погрешностью. Практический интерес представляет оценка точности модели EGM2008 для разных участков земной поверхности.

Очевидно, любая модель адекватно представляет гравитационное поле в условиях отсутствия притягивающих масс, т.е. выше уровня физической поверхности Земли. Ниже этого уровня до поверхности уровенного эллипсоида можно говорить только об аналитическом продолжении искомых величин. Для карты уклонений отвесных линий уклонения отвеса даны на физической поверхности Земли. В этой связи нами выполнена работа по определению уклонения отвеса по модели EGM2008 для 825 точек при различных геодезических высотах ( $H$ ,  $H=100\text{м}$ ,  $H=200\text{м}$ ). Полученные для 15 точек результаты сведены в табл. 1.

Таблица 1.

Составляющие уклонения отвеса при различных геодезических высотах

№ точки	B			L			$\xi'$			$\eta'$		
	о	'	"	о	'	"	H=0м	H=100м	H=200м	H=0м	H=100м	H=200м
1	56	0	0.4	35	59	52.6	3.53	3.52	3.52	-2.40	-2.34	-2.32
2	56	0	0.4	36	14	52.6	3.39	3.39	3.38	-3.10	-3.09	-3.06
3	56	0	0.5	36	29	52.6	3.11	3.09	3.08	-1.30	-1.30	-1.29
4	56	0	0.5	36	44	52.7	2.25	2.23	2.22	0.50	0.48	0.49
5	56	0	0.5	36	59	52.7	1.75	1.74	1.72	1.40	1.38	1.39
6	56	0	0.5	37	14	52.7	1.43	1.41	1.39	3.20	3.18	3.18
7	56	0	0.5	37	29	52.7	1.06	1.03	1.01	4.30	4.28	4.27
8	56	0	0.5	37	44	52.7	0.53	0.51	0.49	4.60	4.55	4.55
9	56	0	0.5	37	59	52.7	0.00	-0.01	-0.03	4.30	4.33	4.34
10	56	0	0.5	38	14	52.8	-0.21	-0.23	-0.24	5.50	5.48	5.48
11	56	0	0.6	38	29	52.8	-0.41	-0.43	-0.45	7.10	7.03	7.01
12	56	0	0.6	38	44	52.8	-1.24	-1.26	-1.27	6.50	6.45	6.44
13	56	0	0.6	38	59	52.8	-2.49	-2.49	-2.48	5.50	5.47	5.46
14	56	0	0.6	39	14	52.8	-3.55	-3.54	-3.53	4.10	4.10	4.11
15	56	0	0.6	39	29	52.8	-4.42	-4.40	-4.38	3.90	3.89	3.88

Для рассматриваемого случая разность уклонений отвеса при различных высотах не превышает  $0,1''$ . Следовательно, мы можем выполнить предварительную оценку

точности, полагая, что геодезическая высота точек  $H=0$ .

По данным модели EGM 2008 были найдены составляющие уклонения отвеса на

европейскую часть Российской Федерации для трех различных по степени аномальности областей, для которых уже существуют карты уклонения отвеса (рис.1). Изолинии на картах проведены через 1". Карты, на рис.

1 приведены в схематичном виде, чтобы показать их сходство.

Для количественной оценки точности модели были получены карты разностей  $\eta - \eta^{EGM}$  имеющихся уклонений отвеса и вычисленных по EGM2008 (рис.2).

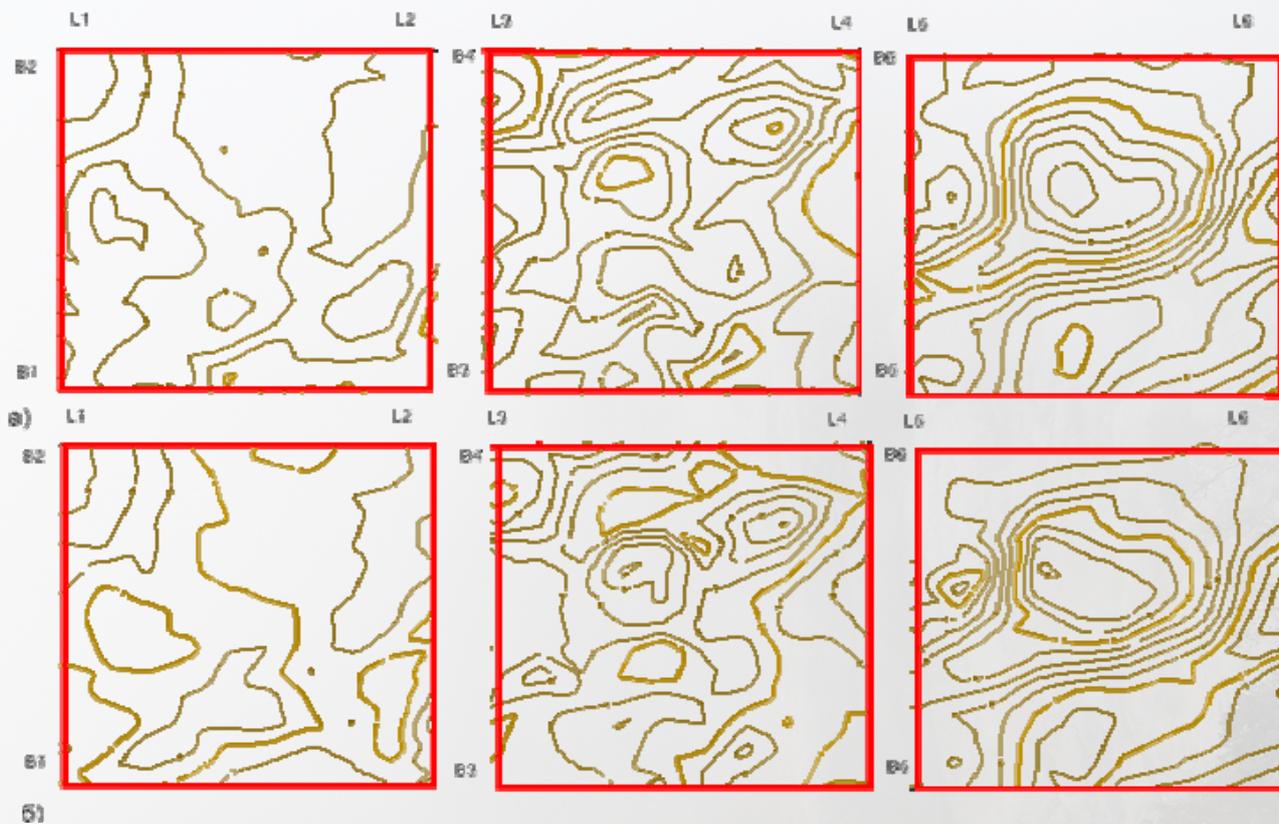


Рис.1 Карты составляющей уклонения отвеса в первом вертикале  
а) существующие, б) полученные по данным EGM2008

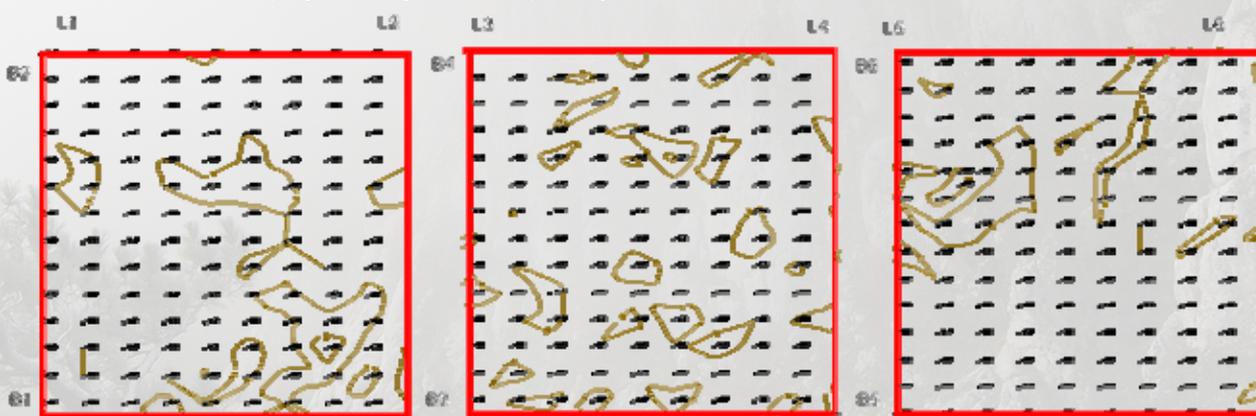


Рис.2. Карты разностей  $\eta - \eta^{EGM}$  составляющих уклонения отвеса в меридиане

Для карт на рис. 2 были определены СКП разностей  $\eta - \eta^{EGM}$  по формуле (1)

$$m = \sqrt{\frac{\sum((\eta - \eta^{EGM}) - (\eta - \eta^{EGM})_{cp})^2}{n}}, \quad (1)$$

где  $\eta$  - составляющая уклонения отвеса в первом вертикале,  $\eta^{EGM}$  - составляющая уклонения отвеса в первом вертикале, полученная по модели EGM 2008.

СКП разностей равна 0,42", 0,48" и 0,37" соответственно для 1-й, 2-й и 3-й области. Полученные погрешности являются

удовлетворительными, учитывая, что изолинии на картах уклонений отвеса, определенных астрономо-геодезическим путем, получают с погрешностью 0,6"-0,8".

Далее для оценки связи СКП со структурой поля находим эмпирическую ковариационную функцию. Для построения эмпирической ковариационной функции (ЭКФ) вычислим ковариации для различных расстояний между исходными пунктами. С этой целью каждую зону разделим на квадраты со стороной 16 км, для каждого квадрата найдем среднее значение уклонения отвеса по изолиниям. Получив среднее зна-

чение уклонения для всего участка, вычислим центрированные уклонения по формуле (2):

$$\tilde{\eta}^{EGM} = \eta^{EGM} - \eta_{cp}^{EGM}. \quad (2)$$

Далее для вычисления ковариации подсчитываются произведения уклонений отвеса для точек, удаленных на 16, 32, 48 и 64км. Вычислять ковариации для больших расстояний нецелесообразно. По суммам произведений уклонений найдем ковариации для разных расстояний (табл.2).

Таблица 2.

Ковариация для различных расстояний

№ области	Расстояние, км			
	16 км	32 км	48 км	64 км
1	0.74	0.36	0.13	-0.09
2	1.05	0.27	0.05	-0.04
3	4.18	1.97	-0.39	-2.11

Найдем существенные параметры эмпирической ковариационной функции по формулам (3)-(5).

$$D = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \eta^{EGM^2}, \quad (3)$$

Расстояние корреляции  $\zeta$  найдем по графикам на рис. 3, для него ковариация равна половине дисперсии. Расстояние корреляции равно 26.1км, 19.1км, 28.2 км для трех областей соответственно.

Параметр кривизны равен:

$$\chi = \frac{G}{D} \zeta^2, \quad (4)$$

$$G = \sum_{i=1}^n \frac{(\eta_i^{EGM} - \eta_{i+1}^{EGM})^2}{nr}, \quad (5)$$

где  $n$  – число разностей  $\tilde{\eta}_i^{EGM} - \tilde{\eta}_{i+1}^{EGM}$ ,  $r$  – расстояние для рассматриваемого случая.

Результаты вычислений приведены в табл.3.

Таблица 3.

Существенные параметры эмпирической ковариационной функции

№ области	D	ζ	G	χ
1	1.00	26.10	0.002	1.326
2	1.79	19.10	0.005	0.999
3	5.01	28.20	0.009	1.445

Определенную эмпирически ковариационную функцию использовать непосредственно нельзя, поэтому аппроксимируем ее с помощью моделей Джордана и Хирвонена соответственно (6-7) и по полученным данным строим данные ковариационных функций (рис.3).

$$C(r) = D \left( 1 + \frac{r}{d} - \frac{1}{2(r/d)^2} e^{-rd} \right), \quad (6)$$

где  $d = \zeta/1.0956$  [5];

$$C(r) = \frac{D}{(1+(r/\zeta)^2)}. \quad (7)$$

## Графики ковариационных функций

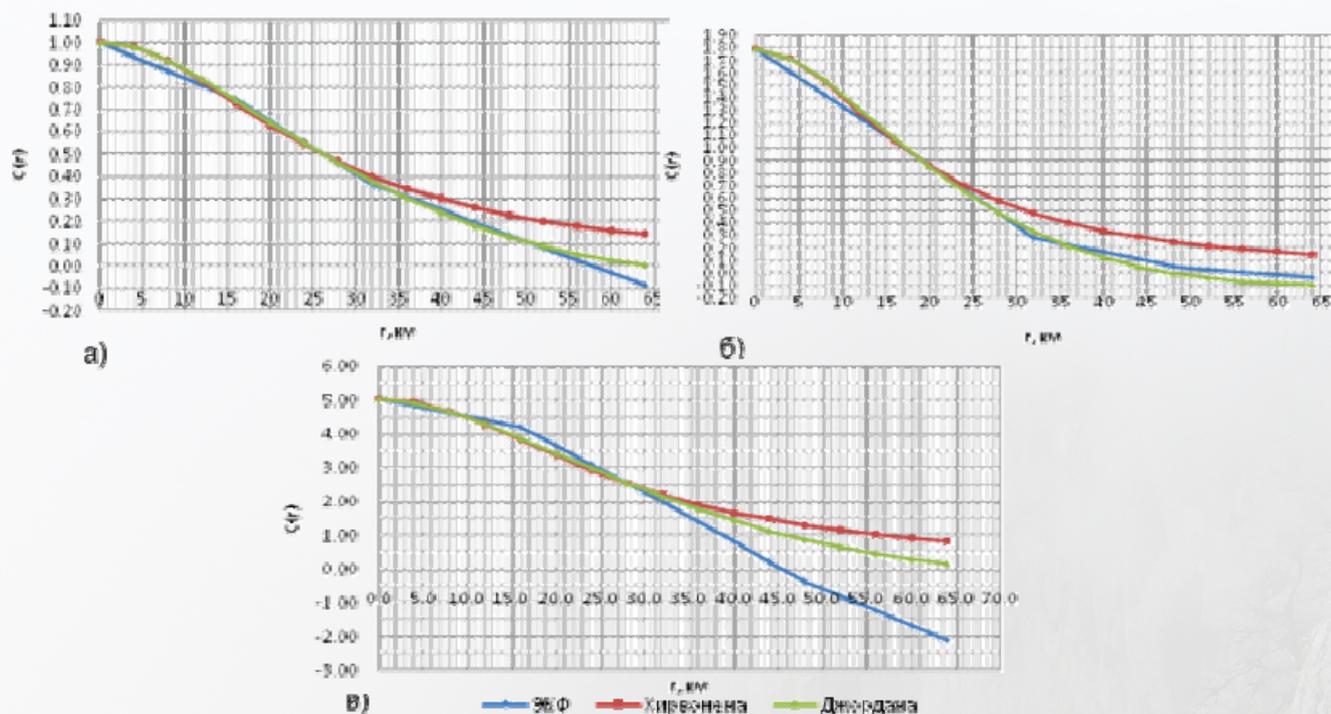


Рис.3. Графики ковариационных функций: а) для 1 области, б) для 2 области, в) для 3 области

Из табл.3 следует, что для тех областей, где меньше интервал корреляции, СКП разностей  $\eta - \eta^{EGM}$  будет больше.

На основании вышеизложенного можно сделать следующие выводы:

1. СКП разностей  $\eta - \eta^{EGM}$  характеризует высокий уровень точности модели EGM2008, сравнимую с точностью определения уклонения отвеса астрономическим методом;
2. Некоторое снижение точности наблюдается в районах с большей аномальностью;
3. Полученные ковариационные функции имеют разные существенные параметры. Аномальность поля характеризуют дисперсия и интервал корреляции. Естественно предположить, что для меньшего интервала корреляции и большей дисперсии, погрешность представления поля будет возрастать. В нашем случае для интервала корреляции  $\zeta = 26.1 \text{ км}$   $СКП = 0,42''$ ; для  $\zeta = 19.1 \text{ км}$   $СКП = 0,48''$ ; для  $\zeta = 28.2$   $СКП = 0,37''$ .

4. Предварительная оценка подтверждает необходимость проведения дальнейших исследований в этом направлении.

## Список литературы:

1. Огородова Л.В. Высшая геодезия. Часть III. Теоретическая геодезия: учебник для ВУЗов; М.; Геодезкартиздат, 2006.
2. Непоклонов В.Б. Об использовании новых моделей гравитационного поля Земли в автоматизированных технологиях изысканий и проектирования. «Автоматизированные технологии изысканий и проектирования», 2009, №2 (33), с.72—763.
3. <http://geod.ru/ru/about/>
3. <https://www1.nga.mil/Pages/default.aspx>
4. 5.Огородова Л.В. Методические указания к выполнению лабораторной работы по курсу Теория фигуры Земли и планет. Определение ковариационной функции аномалии силы тяжести в локальной области, Москва, МИИГАиК, 1987.

(с) Баранов В.Н., Королевич В.В., 2011

УДК 528.7

## ЛИНЕЙНАЯ ФОТОГРАММЕТРИЧЕСКАЯ ЗАСЕЧКА

### LINEAR PHOTOGRAMMETRY AN INTERSECTION#



**Цветков В.Я. / Tsvetkov V. Ja.**

Доктор технических наук, профессор Московского государственного университета геодезии и картографии, Заслуженный деятель науки и образования Российской Федерации / Doctor of Tech.Sci., professor of The State University of geodesy and cartography, Honored worker of science and education of Russian Federation.

e-mail: [cvj2@mail.ru](mailto:cvj2@mail.ru)

**Аннотация.** В статье описывается линейное решение прямой и обратной фотограмметрической засечки. Метод не требует предварительных значений элементов ориентирования и не накладывает ограничений на углы наклона фотоснимка. В качестве исходных данных задаются координаты опорных точек местности и координаты их изображений на снимке. Прямая засечка решается по снимкам как с одинаковыми, так и с разными элементами внутреннего ориентирования.

**Ключевые слова:** Фотограмметрия, фотоснимки, засечка, проектирование.

**Abstract.** In paper the linear solution direct and return photogrammetric an intersection is presented. The method does not demand a tentative value of elements of orientation and does not impose restrictions on a picture slope. In the capacity of initial data co-ordinates of datum points of locality and co-ordinate of their images in a picture are set. The intersection dares on pictures both with equal, and with different elements of internal orientation.#

**Keywords:** Photogrammetry, pictures, an intersection, designing.#

При решении задач реставрации по архивным снимкам, при исследовании внеземных территорий и других задачах – возникает задача нахождения элементов ориентирования снимка при произвольных начальных значениях. В существующей практике обратная фотограмметрическая засечка решается методом последовательных приближений при известных начальных приближениях. Недостатком этого подхода является ограничения на углы наклона.

В свою очередь прямая фотограмметрическая засечка также решается искусственным методом под условием компланарности, то есть нахождения проектирующих лучей в одной плоскости.

Все это обусловлено тем, что уравнения связи координат снимка и точек местности, выраженные через элементы внешнего и внутреннего ориентирования, снимка являются нелинейными.

Покажем как эти уравнения можно преобразовать в линейные при условии замены известных элементов ориентирования на новые постоянные параметры, связанные с этими элементами.

На практике для описания связи между координатами точек снимка  $x, y$  и координатами этих же точек  $X, Y, Z$  на местности используют уравнения коллинеарности (1).

$$\left. \begin{aligned} x &= x_0 - f \frac{a_{11}(X - X_s) + a_{21}(Y - Y_s) + a_{31}(Z - Z_s)}{a_{13}(X - X_s) + a_{23}(Y - Y_s) + a_{33}(Z - Z_s)} \\ y &= y_0 - f \frac{a_{12}(X - X_s) + a_{22}(Y - Y_s) + a_{32}(Z - Z_s)}{a_{13}(X - X_s) + a_{23}(Y - Y_s) + a_{33}(Z - Z_s)} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Здесь  $x_0, y_0$  – координаты главной точки снимка,  $X_s, Y_s, Z_s$  – координаты точки фотографирования  $a_{ij}$  – элементы матрицы направляющих косинусов.

В этих формулах предполагается что масштаб по осям  $Ox, Oy$  одинаковый. Следствием этого является равенство значений фокусных расстояний  $f$  в формуле (1) в уравнениях для координат  $x, y$ .

На практике возможны случаи различных масштабов (анаморфотная связка), что дает два разных фокусных расстояния  $f_x$  и  $f_y$

Для дальнейших выводов используем скобочное обозначение векторов, которое использовал еще лауреат Нобелевской премии А.М.П.Дирак. В этих обозначениях:

- $\langle \quad |$  - Вектор строка.
- $| \quad \rangle$  - Вектор столбец
- $\langle \quad | \quad \rangle$  скалярное произведение.

Введем в рассмотрение трехмерные вектора:  $|XS\rangle = |X_s, Y_s, Z_s\rangle$ ;  $|U\rangle = |X, Y, Z\rangle$ ;  $\langle aa1| = \langle a_{11}, a_{12}, a_{13}|$ ;  $\langle aa2| = \langle a_{21}, a_{22}, a_{23}|$ ;  $\langle aa3| = \langle a_{31}, a_{32}, a_{33}|$ .

В этом случае выражения (1) примут вид (2), (3). Осуществляя линейные преобразования, приходим к формулам (4)-(5).

$$x = x_0 - f(\langle a11|U\rangle - \langle a11|XS\rangle) / (\langle a33|U\rangle - \langle a33|XS\rangle) \quad (2)$$

$$y = y_0 - f(\langle a22|U\rangle - \langle a22|XS\rangle) / (\langle a33|U\rangle - \langle a33|XS\rangle) \quad (3)$$

$$x = \frac{f \langle aa1|U\rangle - x_0 \langle aa3|U\rangle + x_0 \langle aa3|XS\rangle - f \langle aa1|XS\rangle}{\langle aa3|XS\rangle - \frac{\langle aa3|U\rangle}{\langle aa3|XS\rangle} + 1} \quad (4)$$

$$y = \frac{f \langle aa2|U\rangle - y_0 \langle aa3|U\rangle + y_0 \langle aa3|XS\rangle - f \langle aa2|XS\rangle}{\langle aa3|XS\rangle - \frac{\langle aa3|U\rangle}{\langle aa3|XS\rangle} + 1} \quad (5)$$

Затем, Выполняя несложные преобразования, выделяя  $U$ , получаем систему (6)-(7).

$$x = -\frac{\langle A1|U\rangle + A_4}{\langle A3|U\rangle + 1} \quad (6)$$

$$y = -\frac{\langle A2|U\rangle + A_8}{\langle A3|U\rangle + 1} \quad (7)$$

Выражения для векторов  $A$  и их компонент в (6-7) определяются из (3-4). Например, для вектора  $A1$  будем иметь выражение

$$\langle A1| = -\frac{f \langle aa1| - x_0 \langle aa3|}{\langle aa3|XS\rangle}$$

В общем вектора  $A$  имеют компоненты, включающие только постоянные величины.

- $\langle A1| = \langle A_1, A_2, A_3|$ ;
- $\langle A2| = \langle A_5, A_6, A_7|$ ;
- $\langle A3| = \langle A_9, A_{10}, A_{11}|$ ;

При переходе от векторной записи (5-6) к скалярной получим следующие выражения.

$$x = \frac{A_1 X + A_2 Y + A_3 Z + A_4}{A_9 X + A_{10} Y + A_{11} Z + 1} \quad (7)$$

$$z = \frac{A_5 X + A_6 Y + A_7 Z + A_8}{A_9 X + A_{10} Y + A_{11} Z + 1} \quad (8)$$

Выражения (7-8) позволяют построить линейную систему уравнений для нахождения параметров  $A$ , связывающих координат точек снимка  $x, y$  и координаты этих же точек  $X, Y, Z$  на местности. Для одной точки с опорными координатами будет иметь место пара уравнений относительно неизвестных  $A$ :

$$A_1X + A_2Y + A_3Z + A_4 - A_9xX - A_{10}xY - A_{11}xZ = x \quad (9)$$

$$A_5X + A_6Y + A_7Z + A_8 - A_9yX - A_{10}yY - A_{11}yZ = y \quad (10)$$

Наличие 6 опорных точек позволяет решить линейную систему уравнений типа (9-10). Это линейная обратная фотограмметрическая засечка. Между коэффициентами  $A$  и элементами ориентирования снимка существует однозначная зависимость, которая позволяет определить элементы ориентирования снимка [1, 2, 3].

Если коэффициенты  $A$  определены, то система (9-10) позволяет составить систему уравнений для определения координат точек  $X, Y, Z$  на местности по координатам  $x, y$  изображений этих точек на снимке. Каждый снимок дает пару уравнений относительно неизвестных  $X, Y, Z$ .

$$(A_1 - A_9x)X + (A_2 - A_{10}x)Y + (A_3 - A_{11}x)Z = A_4 \quad (11)$$

$$(A_5 - A_9y)X + (A_6 - A_{10}y)Y + (A_7 - A_{11}y)Z = A_8 \quad (12)$$

Для второго снимка с координатами  $x, y$  изображений этих точек и параметрами  $A$  будет иметь место

$$(\underline{A}_1 - \underline{A}_9x)X + (\underline{A}_2 - \underline{A}_{10}x)Y + (\underline{A}_3 - \underline{A}_{11}x)Z = \underline{A}_4 \quad (13)$$

$$(\underline{A}_5 - \underline{A}_9y)X + (\underline{A}_6 - \underline{A}_{10}y)Y + (\underline{A}_7 - \underline{A}_{11}y)Z = \underline{A}_8 \quad (14)$$

Система (11-14) переопределена и решается относительно  $X, Y, Z$ . Очевидно что система (11-14) может дополняться други-

ми снимками, а в целом дает возможность решения мульти коллинеарной засечки. То есть прямой засечки, получаемой по координатам неограниченного количества снимков с разными элементами внутреннего ориентирования.

Исследования показали [4], что такая засечка решается и при нарушении условия компланарности, которое является обязательным при классическом подходе.

Такой подход позволяет эффективно определять координаты точек в во многих ситуациях когда классические методы неприемлемы..

### Литература

1. Цветков В.Я. Методика обработки снимков неправильной формы // В кн. Развитие и использование аэрокосмических методов изучения природных явлений и ресурсов. - Новосибирск.: СО АН СССР, ИГИГ, ВЦ СО АН СССР, 1979, с. 56 – 63
2. Цветков В.Я. Программа определения проективных характеристик архивных снимков // Программное средство инв. N ГОСФАП 50890000091. - М.: ВНИЦентр, 1989. - 18 с.
3. Иванников А.Д., Кулагин В.П., Тихонов А.Н. . Цветков В.Я. Прикладная геоинформатика. - М.: МаксПресс, 2005 -360 с.
4. Цветков В.Я., Хлебникова Т.А. Исследование прямой фотограмметрической засечки // Геодезия и картография. - 1987. - N 2. - с. 48 - 51

(с) Цветков В.Я., 2011